

Практическое занятие № 4

Тема. Решение задач по теме «Видимые и действительные движения планет. Законы Кеплера. Определение масс, размеров, формы небесных тел и расстояний до них».

Цели:

- закрепить знания по теме,
- научить решать задачи на определение условий видимости тех или иных планет, их синодических и сидерических периодов, масс системы материальных тел по третьему закону Кеплера, размеров небесных тел и расстояний до них.

Ход занятия

В первую очередь учащиеся отвечают на вопросы для самоконтроля, что дает возможность вспомнить теоретический материал по теме и подготовиться к решению расчетных задач.

Для успешного решения задач необходимо придерживаться следующей последовательности действий:

- 1) внимательно прочитать условие задачи;
- 2) определить, к какому разделу данной темы относится задача;
- 3) выписать все необходимые для решения задачи формулы;
- 4) при необходимости выполнить дополнительные построения.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие планеты называются нижними?
2. Какие планеты относятся к нижним, а какие – к верхним?
3. Можно ли наблюдать противостояние Меркурия? Ответ обосновать.
4. Что такое сидерический период обращения?
5. Могут ли совпадать синодический и сидерический периоды какого-либо небесного тела в Солнечной системе? Ответ обосновать.
6. Какова форма орбиты небесного тела, если эксцентриситет орбиты $e = 0$.
7. Сформулируйте законы Кеплера. Дополните ответ рисунками.
8. Как называется ближайшая к Солнцу точка орбиты планеты?
9. Дайте определение горизонтального экваториального параллакса светила.
10. Если точность наблюдений составляет $0,01''$, можно ли было бы определить линейный размер Меркурия по формуле $R = D \cdot \sin \rho$, если бы расстояние до него было 100 а. е.? Ответ обосновать.

Примеры решения расчетных задач

Задача 1. Как часто повторяются противостояния Марса, сидерический период S которого 1,9 года?

Решение:

Очевидно, нужно найти синодический период этой (верхней) планеты. Для этого воспользуемся формулой:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T},$$

где T_3 – сидерический период Земли, T – сидерический период Марса.

Тогда
$$S = \frac{T_3 T}{T - T_3} = \frac{1,9}{1} \approx 2,1 \text{ года}.$$

Ответ: $S = 2,1$ года.

Задача 2. Вычислите массу Юпитера, зная, что один из его спутников (Ио) обращается вокруг планеты с периодом 1,77 сут. на расстоянии 422 000 км. (Сравните движение Ио вокруг Юпитера с движением Луны вокруг Земли. Период обращения Луны вокруг Земли 27,32 сут., среднее расстояние от Земли составляет 384 000 км).

Решение:

Для решения задачи необходимо воспользоваться третьим уточненным законом Кеплера:

$$\frac{T_1^2 (M_1 + m_1)}{T_2^2 (M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Принимая за первую пару Юпитер с Ио (M_1 – масса Юпитера, m_1 – масса Ио, a_1 – большая полуось орбиты Ио), а за вторую – Землю с Луной (M_2 – масса Земли, m_2 – масса Луны, a_2 – большая полуось орбиты Луны), а также пренебрегая массой спутников по сравнению с массой планет, получим:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_1^3 T_2^2}{a_2^3 T_1^2} = \frac{422\,000^3 \cdot 27,32^2}{384\,000^3 \cdot 1,77^2} \approx 317$$

Ответ: $M_1 \approx 317 M_2$.

Задача 3. Во сколько раз линейный радиус Солнца превышает радиус Земли, если угловой радиус Солнца равен $16''$?

Решение:

Воспользуемся формулами п. 5.4, гл. 5 пособия.

Обозначим R_{\odot} – радиус Солнца, ρ_{\odot} – видимый угловой радиус Солнца, p_{\odot} – параллакс Солнца, R_{\oplus} – радиус Земли. Тогда

$$R_{\odot} = \frac{\rho_{\odot}}{p_{\odot}} R_{\oplus}$$

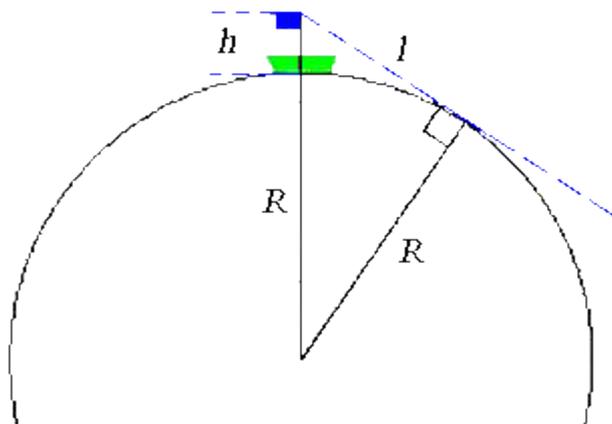
$$R_{\odot} = \frac{16 \cdot 60''}{8,8''} R_{\oplus} \approx 109 R_{\oplus}$$

Ответ: $R_{\odot} \approx 109 R_{\oplus}$.

Задача 4. Флаг корабля привязан к мачте на высоте 30 метров над уровнем моря. На каком расстоянии l он будет виден на горизонте?

Решение:

Выполним рисунок (рис. 2).



Здесь h – высота флага над уровнем моря, R – радиус Земли. Ясно, что $(R + h)^2 = R^2 + l^2$. Тогда

$$l = \sqrt{(R + h)^2 - R^2} = \sqrt{(6378 + 0,03)^2 - 6378^2} = 19,56 \text{ км}$$

если принять за R , например, средний экваториальный радиус Земли.

Ответ: $l \approx 19,56$ км.

Задачи для самостоятельной работы

1. Наилучшая вечерняя видимость Венеры (наибольшее ее удаление к востоку от Солнца) была 5 февраля. Когда в следующий раз наступила видимость Венеры в тех же условиях?

2. Зная, что Сатурн совершает один оборот за 29,7 лет, найдите промежуток времени между его противостояниями.

3. Синодический период обращения одного из астероидов составляет 3 года. Каков звездный период его обращения около Солнца?

4. Найдите среднее суточное движение Меркурия по орбите (величину дуги орбиты, которую он проходит за земные сутки), если синодический период его обращения вокруг Солнца равняется 115,88 суткам.

5. Определите массу Урана в единицах массы Земли, сравнивая движение Луны вокруг Земли с движением спутника Урана – Титанией, обращающегося вокруг него с периодом 8,7 сут. на расстоянии 438 000 км. Период обращения Луны вокруг Земли 27,32 сут., среднее расстояние ее от Земли составляет 384 000 км.

6. Вычислите массу двойной звезды α Центавра, у которой период обращения компонентов вокруг общего центра масс $T = 79$ лет, а расстояние между ними 23,5 астрономических единицы (а. е.).

7. Чему равен горизонтальный параллакс Юпитера, когда он находится от Земли на расстоянии 6 а. е.? Горизонтальный параллакс Солнца $p_0 = 8,8''$.

8. Наименьшее расстояние Венеры от Земли равно 40 млн. км. В этот момент ее угловой диаметр равен $32,4''$. Определите линейный радиус этой планеты.

9. Определите дальность горизонта с маяка высотой 20 метров; с вершины пирамиды Хеопса (156 метров)?

10. Определите радиус Земли, если понижение горизонта с высоты 9 километров равняется $3^\circ 3'$.