

Решение задач
с использованием
алфавитного подхода

Для записи формул используются следующие обозначения:

N – мощность алфавита,

K – количество символов в тексте,

i – количество информации, которое несет каждый символ алфавита,

I – объем информации, содержащейся в тексте

Если весь текст состоит из **K** символов, то при алфавитном подходе размер содержащейся в нем информации равен:

$$I = K \cdot i$$

- **Алфавит** - набор символов знаковой системы - **N**
- Его можно рассматривать как различные возможные состояния или события.
- Количество информации, которое несет каждый символ **(i)**, вычисляется по формуле:

$$2^i = N$$

i	N
1	$2^1 = 2$
2	$2^2 = 4$
3	$2^3 = 8$
4	$2^4 = 16$
5	$2^5 = 32$
6	$2^6 = 64$
7	$2^7 = 128$
8	$2^8 = 256$
9	$2^9 = 512$
10	$2^{10} = 1024$

Задача 1

Одно племя имеет 32-символьный алфавит, а второе племя – 64-символьный алфавит. Вожди племен обменялись письмами. Письмо первого племени содержало 80 символов, а письмо второго племени – 70 символов. Сравните объем информации, содержащийся в письмах.

Дано:

$$N_1 = 32$$

$$N_2 = 64$$

$$K_1 = 80$$

$$K_2 = 70$$

$$I_1 - ?$$

$$I_2 - ?$$

Решение:

$$I_1 = K_1 \cdot i_1$$

$$I_2 = K_2 \cdot i_2$$

$$2^i = N$$

$$2^i = 32, i_1 = 5 \text{ бит}$$

$$2^i = 64, i_2 = 6 \text{ бит}$$

$$I_1 = 5 \cdot 80 = 400 \text{ бит}$$

$$I_2 = 6 \cdot 70 = 420 \text{ бит}$$

$$\text{Ответ: } I_2 > I_1$$

Задача 2

Информационное сообщение объемом 1,5 Кб содержит 3072 символа. Сколько символов содержит алфавит, при помощи которого было записано это сообщение?

Дано:

$$I = 1,5 \text{ Кб}$$

$$K = 3072$$

$$N - ?$$

Решение:

$$N = 2^i$$

$$I = K \cdot i$$

$$i = I / K$$

$$1. I = 1,5 \cdot 1024 \cdot 8 = 12288 \text{ бит}$$

$$2. i = 12288 / 3072 = 4 \text{ бит}$$

$$3. N = 2^4 = 16 \text{ сим.}$$

Задача 3

Объем сообщения, содержащего 2048 символов, составил 1/512 Мб. Каков размер алфавита, с помощью которого записано сообщение?

Дано:

$$I = 1/512 \text{ Мб}$$

$$K = 2048$$

$$N = ?$$

Решение:

$$N = 2^i$$

$$I = K \cdot i$$

$$i = I / K$$

$$1. I = 1/512 \text{ Мб} =$$

$$1/512 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 8 = 16384 \text{ бит}$$

$$2. i = 16384 / 2048 = 8 \text{ бит}$$

$$3. N = 2^8 = 256 \text{ симв}$$

Задача 4

Сколько символов
содержит сообщение,
записанное с
помощью 16-
символьного
алфавита, если объем
этого сообщения
составил 1/16 Мб?

Дано:

$$N = 16$$

$$I = 1/16 \text{ Мб}$$

$K = ?$

Решение:

$$N = 2^i$$

$$I = K \cdot i$$

$$K = I / i$$

$$1. I = 1/16 \text{ Мб} = 1/16 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 8 = 524288 \text{ бит}$$

$$2. 16 = 2^i, i = 4 \text{ бита}$$

$$3. K = 524288 / 4 = 131072 \text{ сим}$$

Задача 5

Для записи сообщения использовался 64-символьный алфавит. Каждая страница содержит 30 строк. Все сообщение содержит 8775 байт информации и занимает 6 страниц. Сколько символов в строке?

Дано:

$$N = 64$$

$$I = 8775 \text{ байт}$$

$$\text{Кол. стр.} = 6$$

$$\text{Кол. строк} = 30$$

$n = ?$

1. Переводим байты в биты $I = 8775 \cdot 8 = 70200 \text{ бит}$

2. Находим информационный вес символа - i

$$N = 2^i$$

$$64 = 2^i \quad 2^6 = 2^i \quad i = 6 \text{ бит}$$

3. Находим объём информации на одной странице - I_1

$$I_1 = I / \text{кол-во страниц} = 70200 \text{ бит} / 6 = 11700 \text{ бит}$$

4. Находим число символов на 1 странице.

$$K_1 = I_1 / i$$

$$K_1 = 11700 \text{ бит} / 6 \text{ бит} = 1950 \text{ сим.}$$

5. Находим число символов в строке

$$n = K_1 / \text{кол. строк}$$

$$1950 / 30 \text{ строк} = 65 \text{ сим}$$

Задача 6

ДНК человека (генетический код) можно представить себе как некоторое слово в четырехбуквенном алфавите, где каждой буквой помечается звено цепи ДНК (нуклеотид). Сколько информации в битах содержит цепочка ДНК человека, содержащая примерно $1,5 \cdot 10^{23}$ нуклеотидов?

Дано:

$$N = 4$$

$$K = 1,5 \cdot 10^{23}$$

$I = ?$

Решение:

$$I = K \cdot i$$

$$N = 2^i$$

$$1. 4 = 2^i \quad i = 2 \text{ бита}$$

$$2. I = K \cdot i = 1,5 \cdot 10^{23} \cdot 2 = 3 \cdot 10^{23} \text{ бит}$$

Задача 7

Считая, что каждый символ кодируется одним байтом, определите, чему равен информационный объем следующего высказывания Жан-Жака Руссо:

Тысячи путей ведут к заблуждению, к истине – только один.

- 1) 92 бита 2) 220 бит
3) 456 бит 4) 512 бит

Дано:

$$i = 1 \text{ байт} = 8 \text{ бит}$$

$$K = 57$$

I - ?

Решение:

$$I = K \cdot i$$

$$I = 1 \cdot 57 = 57 \text{ байт} \\ = 57 \text{ байт} \cdot 8 = 456 \text{ бит}$$

Задача 8

Два текста содержат одинаковое количество символов. Первый текст составлен в алфавите мощностью 16 символов. Второй текст в алфавите мощностью 256 символов. Во сколько раз количество информации во втором тексте больше, чем в первом?

- 1) 12 2) 2
3) 24 4) 4

Дано:

$$N_1 = 16$$

$$N_2 = 256$$

$$K_1 = K_2$$

$$I_2/I_1 = ?$$

Решение:

$$N = 2^i$$

$$16 = 2^i, i_1 = 4 \text{ бита}$$

$$256 = 2^i, i_2 = 8 \text{ бит}$$

$$I_1 = K_1 \cdot i_1$$

$$I_2 = K_2 \cdot i_2$$

$$\text{Т. к. } K_1 = K_2, \text{ то}$$

$$I_2/I_1 = i_2 / i_1$$

$$= 8 / 4 = 2$$

Задача 9

Мощность алфавита равна 256. Сколько Кбайт памяти потребуется для сохранения 160 страниц текста, содержащего в среднем 192 символа на каждой странице?

- 1) 10 2) 20 3) 30 4) 40

Дано:

$$N = 256$$

I - ?

Решение:

$$1. N = 2^i \quad 256 = 2^i$$

$$i = 8 \text{ бит} = 1 \text{ байт}$$

$$2. I = K \cdot i$$

$$K = 192 \cdot 160 = 30720$$

$$I = 30720 \text{ байт} = 30720/1024 = 30 \text{ Кбайт}$$

Задача 10

Сколько различных последовательностей длиной в 7 символов можно составить из цифр 0 и 1?

- 1) 32
- 2) 64
- 3) 100
- 4) 128

Дано:

$$i = 7 \text{ бит}$$

$$N - ?$$

Решение:

$$N = 2^i$$

$$N = 2^7 = 128$$

Задача 11

Объем сообщения
равен 11 Кбайт.

Сообщение содержит
11264 символа. Какова
мощность алфавита?

1) 64
256

2) 128
4) 512

3)
N - ?

Дано:

$$I = 11 \text{ Кбайт}$$

$$K = 11264$$

Решение:

$$N = 2^i$$

$$I = K \cdot i$$

$$i = I / K$$

$$1. I = 11 \cdot 1024 \cdot 8 = 90112 \text{ бит}$$

$$2. i = 90112 / 11264 = 8 \text{ бит}$$

$$3. N = 2^8 = 256 \text{ сим.}$$